

*Приложение к ОПОП  
по специальности 35.02.16*

*Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования*

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ БРЯНСКОЙ ОБЛАСТИ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«СУРАЖСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-АГРАРНЫЙ ТЕХНИКУМ»**

**КОМПЛЕКТ**

**контрольно – измерительных материалов**

по оценке освоения итоговых образовательных результатов  
образовательной дисциплины

**ЕН.01 Математика**

Сураж

Комплект контрольно-измерительных материалов составлен в соответствии с требованиями федерального государственного стандарта 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования.

Организация –разработчик : ГАПОУ СПАТ

Разработчик: Михальченко Н.В., преподаватель математики

Агеенко И.Г., преподаватель математики

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов по дисциплине
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке
3. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины
4. Задания для оценки освоения дисциплины ЕН.01 Математика

# **1. Паспорт комплекта контрольно-измерительных материалов учебной дисциплины «Математика»**

## **1.1. Область применения контрольно-измерительных материалов**

Контрольно-измерительные средства (КИМ) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

КИМ включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме тестирования.

КИМ разработан на основании:

- основной профессиональной образовательной программы по специальности 35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования;
- программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика.

## **1.2. Форма аттестации**

Формой аттестации по учебной дисциплине ЕН.01 Математика является экзамен.

## 2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

<b>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</b>	<b>Основные показатели оценки результатов</b>
У1. - решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности	применение математические методы при решении задач с практическим содержанием
31. значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы	демонстрация практического применения математики при решении задач;
32. основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	обоснование выбора математических методов при решении прикладных задач.
33. основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики	Воспроизведение основных понятий и методов математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики
34. основы интегрального и дифференциального исчисления	Объяснение основ интегрального и дифференциального исчисления

### 3. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины «Математика» по темам (разделам)

Содержание учебного материала по программе УД	Тип контрольного задания				
	У1	31	32	33	34
<b>Раздел 1. Математический анализ</b>					
Тема 1.1. Производная функции	Расчетные задания ПЗ №5, №6	УО	Расчетные задания ПЗ №5, №6		Расчетные задания ПЗ №5, №6
Тема 1.2. Исследование функции с помощью производной	Расчетные задания ПЗ №7	УО	Расчетные задания ПЗ №7		Расчетные задания ПЗ №7
Тема 1.3. Неопределенный интеграл	Расчетные задания ПЗ №8	УО	Расчетные задания ПЗ №8		Расчетные задания ПЗ №8,
Тема 1.4. Определенный интеграл	Расчетные задания ПЗ №9, №10	УО	Расчетные задания ПЗ №9, №10		Расчетные задания ПЗ №9, №10
Тема 1.5. Числовые ряды	Расчетные задания ПЗ №2, №3	УО	Расчетные задания ПЗ №1, №2		Расчетные задания ПЗ
<b>Раздел 2. Дифференциальные уравнения</b>					
Тема 2.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.		УО	Расчетные задания ПЗ №1	Расчетные задания ПЗ №1	
Тема 1.2. Дифференциальные уравнения второго порядка.	Расчетные задания ПЗ №2	УО	Расчетные задания ПЗ №1		Расчетные задания ПЗ №3
<b>Раздел 3. Основы дискретной математики</b>					
Тема 3.1. Элементы теории множеств				Расчетные задания ПЗ №1	
<b>Раздел 4. Линейная алгебра</b>					
Тема 4.1. Матрицы и определители		УО		Расчетные задания ПЗ №2	
<b>Раздел 5. Теория комплексных чисел</b>					
Тема 5.1 Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа		УО	Расчетные задания ПЗ №11	Расчетные задания ПЗ №11	
<b>Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика</b>					
Тема 6.1. Вероятность события Случайные величины		УО	Расчетные задания ПЗ №12	Расчетные задания ПЗ №12	

#### 4. Задания для оценки освоения дисциплины

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ И ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

#### Раздел 1. Математический анализ *Дифференциальное исчисление*

##### Вариант 1

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

##### Вариант 2

1. Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

##### Вариант 3

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{tg}^5(3x^4 - 13)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

##### Вариант 4

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{ctg}^4(5x^3 + 6)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 - 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

##### Вариант 5

1. Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \operatorname{tg} x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 - 8$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Вариант 6

1. Найти производную функции  $y = \arctg^6 5x^4$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 6x^5 + e^{4x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 1 + \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 + 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Нахождение производной функции - Нахождение производных высших порядков	4 балла
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Формулировка геометрического и механического смысла производной	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Устный опрос

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1°.  $c' =$

2°.  $(x^\alpha)' =$

В частности,  $x' =$

$(x^2)' =$

$(x^3)' =$

$(\sqrt{x})' =$

$\left(\frac{1}{x}\right)' =$

3°.  $(kx+b)' =$

4°.  $(a^x)' =$

В частности,  $(e^x)' =$

8°.  $(tgx)' =$

9°.  $(ctgx)' =$

10°.  $(\arcsin x)' =$

11°.  $(\arccos x)' =$

12°.  $(\arctgx)' =$

13°.  $(\text{arcctgx})' =$

### ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14°.  $(u+v)' =$

15°.  $(u-v)' =$

16°.  $(uv)' =$

17°.  $(cu)' =$

5°.  $(\log_a x)' =$   
 В частности,  $(\ln x)' =$   
 $(\lg x)' =$

18°.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$   
 В частности,  $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

6°.  $(\sin x)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ  
 ФУНКЦИИ

7°.  $(\cos x)' =$

19°.  $f(\varphi(x))' =$

**Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
3 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций	28 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

***Интегральное исчисление***

**Вариант 1**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3.  $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4.  $\int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5.  $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6.  $\int (8x-4)^3 dx.$

7.  $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8.  $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  
 $\int (x+5)\cos x dx$ .

### Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \left( 6\sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx$ .

2.  $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx$ .

3.  $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx$ .

4.  $\int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$ .

5.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ .

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6.  $\int (7x+5)^4 dx$ .

7.  $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx$ .

8.  $\int x^7 \cdot e^{x^8} dx$ .

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  
 $\int (x-2)\sin x dx$ .

### Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Нахождение неопределенных интегралов	9 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Устный опрос

Записать табличные интегралы:

1°.  $\int 0 dx =$

2°.  $\int x^a dx =$

В частности,  $\int dx =$

3°.  $\int \frac{dx}{x} =$

4°.  $\int a^x dx =$

В частности,  $\int e^x dx =$

5°.  $\int \cos x dx =$

6°.  $\int \sin x dx =$

7°.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8°.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9°.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

10°.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

В частности,  $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

### Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Перечисление табличных интегралов	14 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Расчетное задание

#### Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 4$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

#### Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

### Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	- Вычисление определенных интегралов	5 баллов
З 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Устный опрос

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

## Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
3 2. Знание математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике	- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений	5 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Числовые ряды

#### Вариант 1.

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

а)  $a_n = \frac{1}{4n^2 + 1}$       б)  $a_n = \frac{2^n}{n!}$

2. Найти формулу общего члена ряда:  $2+4+8+16+\dots$

3. Установить расходимость ряда с помощью следствия из необходимого признака  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+4}$

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n}$

5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n}$

#### Вариант 2.

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

а)  $a_n = \frac{2n+1}{n^2}$       б)  $a_n = \frac{n}{(n+1) \cdot 2^n}$

2. Найти формулу общего члена ряда:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots$

3. Установить расходимость ряда с помощью следствия из необходимого признака  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+1}$

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$  б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$

5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$

#### Вариант 3.

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

а)  $a_n = \frac{2n+1}{3^n}$       б)  $a_n = \frac{n!}{n+1}$

2. Найти формулу общего члена ряда:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} + \frac{1}{108} + \dots$

3. Установить расходимость ряда с помощью следствия из необходимого признака  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$  б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}$

5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n!}$

### Вариант 4.

1. Написать первые пять членов ряда по заданному общему члену:

а)  $a_n = \frac{1}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}$       б)  $a_n = \frac{n}{2^n(n^2+1)}$

2. Найти формулу общего члена ряда:  $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots$

3. Установить расходимость ряда с помощью следствия из необходимого признака  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

4. Используя признак Даламбера, исследовать на сходимость ряд: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$

5. Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$

## Раздел 2. Дифференциальные уравнения

### Найти общие решения уравнений

1.  $(x+y)^2 y' = 1$
2.  $(xy^4 - x)dx + (y + xy)dy = 0$
3.  $(4xy - 3)y' + y^2 = 1$
4.  $yy' + xy = x^3$

### Найти общие решения уравнений

1.  $y'' - 3y' + 2y = (x+1)e^{-2x}$
2.  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = -3x$
3.  $y'' = 2yy'$

## Раздел 3. Основы дискретной математики

### Вариант 1

1. Выполните операции над множествами:

$A = a, b, c, d, m, k, p, h$

$B = d, m, k, p$

$C = a, b, c, d, m$

а)  $(A \setminus B) \cap C$

б)  $B \cup A \cap C$

Принадлежат ли получающимся множествам числа 2, 16, 15 20?

2. Изобразить отношения между множествами на кругах Эйлера.

- А: «цветы на клумбе»  
В: « астры на клумбе»  
С: «циннии на клумбе»

3. На какие классы можно разбить множество многоугольников при помощи свойств:

«быть четырехугольником»

«быть прямоугольником»

Изобрази на кругах Эйлера, запиши классы, начерти по 2 фигуры каждого класса.

4. Найди произведения множеств А и В, используя любой способ:

а)  $A = 2, 4, 6, 8$   $B = R$

б)  $A = a, b, c$   $B = 10; 20$

5. Реши задачу (дополнительное задание).

Из 40 студентов 32 изучают английский язык, 21 – немецкий, 15 – английский и немецкий. Сколько студентов не изучает ни английский, ни немецкий язык? (используй круги Эйлера и формулы)

## Вариант 2

1. Выполните операции над множествами:

А: «множество натуральных чисел»

В: «множество натуральных чисел, кратных 4»

С: «множество натуральных чисел, кратных 5»

а)  $A \setminus (B \cup C)$

б)  $C \cup A \cap B$

Принадлежат ли получающимся множествам числа 2, 16, 15 20?

2. Изобразить отношения между множествами на кругах Эйлера.

А: «двузначные натуральные числа»

В: « двузначные натуральные числа, кратные 11»

С: « натуральные числа»

3. На какие классы можно разбить множество многоугольников при помощи свойств:

«быть треугольником»

«быть равносторонним треугольником»

Изобрази на кругах Эйлера, запиши классы, начерти по 2 фигуры каждого класса.

4. Найди произведения множеств А и В, используя любой способ:

а)  $A = R$   $B = \{ -3; 0; 3 \}$

б)  $A = 3, 4, 5$   $B = 15; 20$

5. Реши задачу (дополнительное задание).

В костюмерной танцевального кружка имеются белые и розовые кофты, а также синие, черные и коричневые юбки. Сколько можно из них составлять различные костюмы?

## Раздел 4. Линейная алгебра

### Вариант 1

1. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Найти матрицу  $C=2A-B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Найти матрицу  $C=3A+B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Найти матрицу  $C=A-4B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

**Время на выполнение:** 60 мин.

**Перечень объектов контроля и оценки**

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 1. Умение решать задачи математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Выполнение действий над матрицами</li> <li>- Вычисление определителей</li> <li>- Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы</li> <li>- Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера</li> <li>- Решение систем линейных уравнений методом Гаусса</li> </ul>	4 балла
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса</li> </ul>	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

### Раздел 5. Теория комплексных чисел

Контрольная работа по теме «Комплексные числа» Вариант 1	Контрольная работа по теме «Комплексные числа» Вариант 2
1. Даны комплексные числа: $z_1 = 2 - 3i, z_2 = i + 1, z_3 = -1 - i$ . Вычислите:	1. Даны комплексные числа: $z_1 = 2 + i, z_2 = 3i + 1, z_3 = -2 - i$ . Вычислите:

<p>а) <math>z_1 + z_2</math>; б) <math>z_1 + z_3</math>; в) <math>z_1 - z_2</math>;  г) <math>z_2 - z_3</math>; д) <math>z_1 \cdot z_2</math>; е) <math>z_3 \cdot z_2</math>.</p> <p>2. Вычислите: а) <math>(2 - i)(2 + i) - (3 - 2i) + 7</math>;  б) <math>(1 + i)^4</math>.</p> <p>3. Найти частное комплексных чисел:  а) <math>\frac{1}{i}</math>; б) <math>\frac{1}{1+i}</math>; в) <math>\frac{5-i}{i+2}</math>.</p> <p>4. Представить следующие комплексные числа в тригонометрической форме:  а) <math>-3</math>; б) <math>-i</math>; в) <math>1 + i</math>; г) <math>-1 + i\sqrt{3}</math>.</p> <p>5. Найти координаты точки <math>M</math>, изображающей комплексное число  <math display="block">z = \frac{5i-2}{3i+1} + i + \frac{8i-3}{2-i}</math></p> <p>6. Решите уравнения в комплексных числах:  а) <math>x^2 - 4x + 8 = 0</math>;  б) <math>x^2 + ix + 6 = 0</math>.</p>	<p>а) <math>z_1 + z_2</math>; б) <math>z_1 + z_3</math>; в) <math>z_1 - z_2</math>;  г) <math>z_2 - z_3</math>; д) <math>z_1 \cdot z_2</math>; е) <math>z_3 \cdot z_2</math>.</p> <p>2. Вычислите: а) <math>(3 + i)(3 - i) - (6 + 2i) + 7</math>;  б) <math>(i - 1)^4</math>.</p> <p>3. Найти частное комплексных чисел:  а) <math>\frac{1}{i}</math>; б) <math>\frac{1}{1-i}</math>; в) <math>\frac{3+i}{i-2}</math>.</p> <p>4. Представить следующие комплексные числа в тригонометрической форме:  а) <math>-4</math>; б) <math>i</math>; в) <math>1-i</math>; г) <math>-\sqrt{3} + i</math>.</p> <p>5. Найти координаты точки <math>M</math>, изображающей комплексное число  <math display="block">z = \frac{2-3i}{2i+1} - i + \frac{6i-4}{i+2}</math></p> <p>6. Решите уравнения в комплексных числах:  а) <math>x^2 - 8x + 17 = 0</math>;  б) <math>x^2 + ix + 20 = 0</math>.</p>
--	--

## Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика

- Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
- Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
- В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
- Событие  $A$  состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
- В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
- Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
- В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
- Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

- Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год

на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.

10.Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

11.Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ . Убедиться, что  $D(X) > D(Y)$ .

$X$	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$Y$	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

### Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Основные показатели оценки результата	Оценка
У 3. Умение решать вероятностные и статистические задачи	- Нахождение вероятности случайного события - Составление закона распределения случайной величины - Вычисление числовых характеристик случайных величин	11 баллов
З 1. Знание основных методов математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, элементарной теории вероятностей	- Формулировка классического определения вероятности	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

При проведении экзамена обучающемуся предлагается 1 теоретический вопрос и 1 практическое задание.

### Теоретические вопросы

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители  $n$ -го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
8. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
9. Предел функции при  $x$ , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число  $e$ .
10. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
11. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
12. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
13. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
14. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
15. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
16. Таблица неопределенных интегралов.
17. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
18. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
19. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
20. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
22. Функции нескольких переменных. Частные производные.
23. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
24. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
25. Методы решения дифференциальных уравнений.
26. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
27. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
28. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
29. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

## Практические задания

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$ .
2. Вычислить пределы:  
а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$ .
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$ .
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$ .
7. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 6$ .
8. Исследовать функцию  $f(x) = 3x^2 - x^3$  и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке  $x_0 = 4$ :  
а)  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ ; б)  $f(x) = x^3 + 5x$ .
10. Найти производную функции  $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$ .
11. Найти производную функции  $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$ .
12. Найти производную функции  $y = e^{2x^5 - 8}$ .
13. Найти производную функции  $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$ .
14. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$ .
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$ .
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int (6x + 11)^4 dx$ .
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \cos(6x - 1) dx$ .
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$ .
19. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^3 (5x + 1) dx$ .
20. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (x - 5) x dx$ .
21. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$ .
22. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 5t^2 + 4t + 2$  (м/с). Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ , вокруг оси  $Ox$ .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .
25. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 9y' + 20y = 0$ .
26. Решить дифференциальное уравнение  $y' = 11x$ .

27. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
28. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
29. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

## Примерный вариант экзаменационных материалов

### Вариант 1

- Вычислите предел:  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{x^2 - 25}$
- Найдите производную первого порядка:  $y = (x^2 - 2x + 3)^5$ .
- Найдите точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции  $y = \frac{x^3}{6} - x^2 + 3x - 1$ .
- Выполните сложение и умножение комплексных чисел в алгебраической форме:  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - 3i$ .
- Найдите тригонометрическую и показательную форму комплексного числа  $Z = 2 - 2i$ .
- Вычислите интеграл:  $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ .
- Найдите миноры  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  и алгебраические дополнения  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{13}$  матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Вычислите  $3A - B$ , если:  $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ .
- Решите систему линейных уравнений методом Крамера 
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y - z = 2 \end{cases}$$
- Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ , зная закон распределения:

x	1	2	3	4	5
p	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

### Вариант 2

- Вычислите предел:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$ .
- Найдите производную первого порядка:  $y = (2x^2 + 3x)^3$ .
- Найдите точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции  $y = x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 110$ .
- Выполните сложение и умножение комплексных чисел в алгебраической форме:  $z_1 = 1 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - 2i$ .
- Найдите тригонометрическую и показательную форму комплексного числа

$$Z = -2 + 5i.$$

6. Вычислите интеграл:  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$ .

7. Найдите миноры  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{13}$  и алгебраические дополнения  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{13}$  матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

8. Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Вычислите  $2A + B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y - 6z = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

10. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ , зная закон распределения:

x	0	1	2	3	4
p	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1